Activité numérique 1

A-Oukhai

Division euclidienne

1 *Questions indépendantes*

1. On veut partager équitablement un lot de 357 CD entre 12 personnes. Combien de CD aura chaque personne ? Combien de CD restera-t-il après le partage ?

2. Donner la division euclidienne de :

(a) 18 par 7.

(b) 29 par 8.

(c) 236 par 15.

(d) 24893 par 256

(e) $x = 7n + 13$ par 7 où $n \in \mathbb{N}$

3. Indiquer si les égalités suivantes représentent des divisions euclidiennes.

(a) $47 = 5 \times 8 + 7$

(b) $46 = 6 \times 7 + 4$

(c) $44 = 5 \times 7 + 9$

4. On donne l'égalité :

$$325 = 78 \times 4 + 13.$$

(a) Sans faire de division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 78 ?

(b) 78 est-il le quotient de la division euclidienne de 325 par 4 ? Justifie.

5. On considère l'égalité suivante :

$$983 = 45 \times 21 + 38.$$

Utilise-la pour répondre aux questions suivantes, en justifiant et sans effectuer de division.

(a) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 983 par 45 ? Par 21 ?

(b) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 990 par 45 ? De 953 par 21 ?

6. Explique pourquoi tout nombre entier naturel peut s'écrire sous la forme $13k + p$ où k et p sont des entiers avec p compris entre 0 et 12.

7. Cocher la bonne réponse : Soit p un entier naturel, on pose $b = 4p + 11$ Le reste de la division euclidienne de b par 4 est :

□ 4 □ 1 □ 3

8. Dans le roman de Jules Verne, Philéas Fogg doit faire le tour du monde en 80 jours. Combien cela représente-t-il de semaines ? S'il part un jeudi, quel jour reviendra-t-il ?

2 **Vrai ou Faux**

Soient a et b et q des entiers naturels (b est tel que $b \geqslant 2$) liés par la relation $a = b \times q$.

1. a est un multiple de b. Vrai □ Faux □

2. a est un diviseur de b. Vrai □ Faux □

3. Le reste de la division euclidienne de a+1 par b est 1. Vrai □ Faux □

4. Le quotient de la division euclidienne de a+1 par b est q+1. Vrai□ Faux □

5. Le reste de la division euclidienne de a-1 par b est -1. Vrai □ Faux □

6. Le quotient de la division euclidienne de a-1 par b est q-1. Vrai □ Faux □

3 La somme de deux nombres entiers est égale à 2010. Dans la division euclidienne du plus grand par le plus petit, le quotient est égal à 6 et le reste est égal à 1. Quels sont ces deux nombres entiers ?

4 Quels sont les nombres dont le quotient dans la division euclidienne par 4 est égal au triple du reste ?

5 Dans la division euclidienne de l'entier naturel x par 7, le reste est égal à 4. Dans la division euclidienne de l'entier naturel y par 7, le reste est égal à 6.

1. Quel est le reste obtenu dans la division euclidienne de $x + y$ par 7 ?

2. Quel est le reste obtenu dans la division euclidienne de $9x$ par 7 ?

3. Quel est le reste obtenu dans la division euclidienne de x^2 par 7 ?

4. Quel est le reste obtenu dans la division euclidienne de $2x + 3y$ par 7

Diviseurs

a et b étant deux nombres entiers naturels ($b \neq 0$), lorsque dans la division euclidienne de a par b on trouve un reste $r = 0$. c'est a dire : $a = bq$ on dit que :

- *b divise a.*
- *b est un diviseur de a.*
- $b \in \mathscr{D}_b$
- *a est un multiple de b.*
- $a \in \mathscr{M}_b$
- $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{N}$

6 **1.** On a $111 = 3 \times 37$. Écrire 8 phrases avec les nombres 111 et 3 ou 111 et 37

2. On a $\dfrac{6}{n} \in \mathbb{N}$.
Quelles sont les valeurs possibles de n ?

7 **Cocher la bonne réponse**

1. L'entier naturel 106722 est divisible par :

- ☐ 12 ☐ 15
- ☐ 18

2. Le nombre de diviseurs de l'entier naturel $N = 2^3 \times 3^4 \times 5^2$ est

- ☐ $2+3+4$ ☐ $2 \times 3 \times 4$
- ☐ $3 \times 4 \times 5$

3. Soit l'entier $n = 14a2$ où a désigne le chiffre des dizaines, n est divisible par 3 et par 4 lorsque a est égal à :

☐ 7 ☐ 8 ☐ 5

8 Déterminer $\mathscr{D}_{72}$ et $\mathscr{D}_{180}$ puis $\mathscr{D}_{72} \cap \mathscr{D}_{180}$

9 Pour quelles valeurs de n :
$\dfrac{16}{n-1}$ est un entier naturel

10 **1.** Vérifier que Pour tout $n \in \ N$

$$\frac{4\,n}{2\,n-1} = 2 + \frac{2}{2\,n-1}$$

2. En déduire toutes les valeurs de l'entier naturel $n \in \mathbb{N}$ pour lesquelles le rationnel $\dfrac{4\,n}{2\,n-1}$ est un entier naturel

11 Soit $n \in \mathbb{N}$

1. Déterminer D_{72} (l'ensemble des diviseurs de 72)

2. Vérifier que $n^2 + 8n - 56 = (n+4)^2 - 72$.

3. Déduire les valeurs de n pour lesquelles $n^2 + 8n - 56$ est un carré parfait.

12 On veut paver une surface rectangulaire avec des carrés identiques et sans coupe. La longueur du côté des carrés est un nombre entier de centimètres.

1. La surface rectangulaire mesure 12 cm par 18 cm. Quelle peut être la longueur du côté des carrés ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Que représente(nt) ce(s) nombre(s) pour 12 et 18 ? Mêmes questions lorsque la surface rectangulaire mesure 49 cm par 63 cm, puis 27 cm par 32 cm et enfin 21 cm par 84 cm.

2. Cherche les dimensions maximales d'un carré pouvant paver une surface rectangulaire de 108 cm par 196 cm.

13 Un challenge sportif regroupe 105 filles et 175 garçons. Les organisateurs souhaitent composer des équipes comportant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Comment peux-tu les aider pour qu'ils puissent constituer un nombre maximal d'équipes ? Donne ensuite le nombre de filles et de garçons dans chaque équipe. Explique ta démarche.

14 **1.** Sans faire de division, explique pourquoi 49014 est un multiple de 7 et pourquoi 13 est un diviseur de 12987.

2. Démontre la propriété suivante :
Si d est un diviseur commun à deux entiers naturels a et b avec $a < b$ alors d est également un diviseur de $a+b$ et de $a-b$.

PGCD

15 **1.** Déterminer le PGCD des nombres 108 et 135.

pgcd(108,135)=27

2. Ali a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de sorte que : tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges, tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires, toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

(a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

(b) Combien y aura-t- il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

16 **1.** Calculer le PGCD des nombres 1183 et 455

2. Écrire sous la forme irréductible la fraction $\dfrac{1183}{455}$(on indiquera le détail des calculs).

17 **1.** Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.

3. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{682}{352}$.

18 **1.** (a) Calculer le PGCD de 340 et 221

(b) En déduire la simplification de la fraction $\dfrac{340}{221}$.

(a) Déterminer le PGCD de 85 et 102.

(b) En déduire la simplification de $\dfrac{85}{102}$

2. Calculer alors $A = \dfrac{340}{221} - \dfrac{85}{102}$

19 Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques.

1. Calculer le nombre de tartelettes.

2. Calculer le nombre de framboises et de fraises dans chaque tartelette.

20 **1.** Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.

2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.

(a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.

(b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

21 **1.** Calculer le PGCD de 110 et de 88.

2. Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante : « Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possible, de façon à ne pas avoir de perte. »

(a) Quelle sera la longueur du côté d'un carré ? expliquez.

(b) Combien obtiendra-t-il de carrés par plaque ?

22 Pour la fête des mères, Amine dispose de 182 brins de muguet et 78 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

1. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

2. Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

23 Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel $n \in \mathbb{N}$ pour lesquelles on a :6 divise n et $\mathrm{PGCD}(n, 24) = n$

24 Un carreleur veut carreler la totalité d'une pièce de $3,36$ m de long par $2,64$ m de large en utilisant des dalles carrées les plus grandes possibles. Combien doit-il utiliser de dalles ?

25 Un tournoi de handball mixte est organisé. 81 personnes s'inscrivent dont 63 garçons. Les organisateurs veulent créer des équipes avec le même nombre de garçons dans chaque équipe en utilisant tous les inscrits. Combien y aura t-il de garçons par équipe ?

PPCM

26 Calculer PGCD(255 ;357) puis déduire le PPCM(255 ;357).

27 Soit les entiers naturels : a = 693 et b = 440.

1. Calculer : pgcd(a,b).

2. En déduire :

(a) La fraction irréductible de $\frac{a}{b}$

(b) ppcm(a,b).

28 Dans une gare, les quais A, B et C desservent 3 destinations. dès 5h30 du matin, il y a un départ sur A, B et C respectivement toutes les 15, 25 et 18 minutes. A quelle heure y aura-t-il, pour la première fois, un départ simultané de trois trains ?

29 Deux autobus partent en même temps d'une gare routière à 7h. Le premier fait son circuit en 32 min et le second en 56 min . On veut savoir au bout de combien de temps ils se retrouvent ensemble pour la première fois

1. Calculer PGCD(32 ;56) puis déduire PPCM(32 ;56).

2. La durée au bout de laquelle les deux autobus se retrouvent à la gare est un multiple commun de 32 et 56 ; la première rencontre aura lieu lorsque la durée sera égale à PPCM(32 ;56).A quelle heure aura lieu cette première rencontre ?

3. Le service s'arrête à $22h$; préciser l'horaire des autres rencontres.

30 Trouver $n \in \mathbb{N}$ tel que $\text{PGCD}(n, 18) = 1$ et $\text{PPCM}(n, 18) = 306$

31 **1.** (a) Calculer PGCD (528, 624) par lâ méthode d'algorithme d'Euclide.

(b) Donner l'écriture irréductible de $\frac{528}{624}$

(c) Donner une écriture du rationnel $\frac{528}{624}$ avec un numérateur égal à 187.

2. Une personne fait des paquets de bougies contenant soit 9 soit 10 soit 12 bougies. A chaque fois qu'il utilise un type de paquet il lui reste 5 bougies. Sachant que cette personne-possède un nombre de bougies compris entre 300 et 400, combien possède-t- elle de bougies ?

32 Répondre par vrai ou faux

1. $a \in \mathbb{N}^*$ et $b \in \mathbb{N}^*$,
   si $b = 2a + 1$ alors $PGCD(a, b) = 1$ ☐

Proportionnalité-Échelle

33 **1.** Soit C un cercle de centre O et de périmètre 36 cm. A et B sont 2 points de C tel que $\widehat{AOB} = 50\,\text{deg}$. Sachant que, dans ce cercle, l'angle au centre est proportionnelle à la longueur de l'arc intercepté ; quelle est la longueur

2. Sur une échelle de $\frac{2}{500000}$, on veut connaître la longueur réelle d'une route représentée par 4 cm. Présenter le problème dans un tableau de proportion et calculer cette longueur.

3. De 6 ans à 15 ans, un arbre grandit proportionnellement à son âge. A 6 ans, il mesurait 4,2 m. Sachant qu'il mesure 6,3 m, Quel est son âge ?

Calcul approché

34 **1.** Donner l'écriture scientifique de :

a. $31,11955 \times 10^-7$

b. $\dfrac{225^2 \times 10^7}{6^4 \times 2^3 \times 10^-2}$

2. L'arrondi de $7,342 \times 10^2$ au dixième est

☐ $7,3$ ☐ $734,2$
☐ $7,3 \times 10^2$

3. L'arrondi au centième du nombre : $1,23456789 \times 10^4$ est :

- ☐ $12345,67$
- ☐ $12345,678$
- ☐ $12345,68$

4. Une valeur approchée par défaut de $x = \sqrt{2}$ à 10^{-2} est

- ☐ 1.42
- ☐ 1.39
- ☐ 1.411